



UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA  
FACULTAD DE INGENIERIA ECONÓMICA Y CIENCIAS SOCIALES  
EXAMEN FINAL DE ALGEBRA LINEAL 1-2024-2

1. Dados los siguientes subespacios de  $\mathbb{R}^5$  Justificar sus respuestas)

$$F = \{(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) / x_1 = x_2 = x_3 = x_4 = x_5\}, \quad G = \{(x_1, 0, x_3, 0, x_5) / x_1, x_3, x_5 \in \mathbb{R}\}$$

Determine: i) una base de F ii) una base de G iii) ¿se cumple  $R^5 = F \oplus G$  ?

2. Dados los vectores  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  y  $\vec{d}$  en  $\mathbb{R}^3$ , determinar el valor de verdad de las siguientes proposiciones :

i) Si  $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a} - \vec{b}|$ , entonces  $\vec{a} \times [\vec{a} \times (\vec{a} \times (\vec{a} \times \vec{b}))] = -|\vec{a}|^6 \vec{b}$

ii) Si  $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$ , entonces  $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{b} \times \vec{c} = \vec{c} \times \vec{a}$

iii) 
$$[\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}] [\vec{m}, \vec{n}, \vec{p}] = \begin{vmatrix} \vec{a} \cdot \vec{m} & \vec{a} \cdot \vec{n} & \vec{a} \cdot \vec{p} \\ \vec{b} \cdot \vec{m} & \vec{b} \cdot \vec{n} & \vec{b} \cdot \vec{p} \\ \vec{c} \cdot \vec{m} & \vec{c} \cdot \vec{n} & \vec{c} \cdot \vec{p} \end{vmatrix}$$

3. A) Sea  $S = \{(x_1, x_2, x_3) / x_1 - 2x_2 + x_3 = 0, x_1 - x_2 = 0\}$

Determinar  $a$  y  $b$  reales y un vector  $\vec{v} \in S$  de manera que  $B = \{(1, a, -1), (0, -2, b), \vec{v}\}$  sea una base de  $\mathbb{R}^3$  y las coordenadas del vector  $(2, 9, 3)$  en la base  $B$  sea  $(5, 4, 1)$

B) Determinar  $a$  y  $b$  reales para que el vector  $(a, b, -37, -6)$  pertenezca al subespacio generado por los vectores  $(1, 2, -5, 3)$  y  $(2, -1, 4, 7)$

4. Sean los planos  $\pi_1: x + y + 2z = 5$  y  $\pi_2: 5x + 2y + 4z = 7$ . Sea  $\pi_3$  el plano que tiene como vector normal a  $\vec{n} = (1, k+1, k^2+k)$  y pasa por el punto  $P = (k, -1, 1)$ .

Determinar los valores de  $k$  para los cuales  $\pi_1 \cap \pi_2 \cap \pi_3 = \emptyset$